介護保険の導入と労働供給に関する動学一般均衡分析

本　山　卓　実

富 山 大 学 紀 要. 富 大 経 済 論 集　　第67巻第２号抜刷（2021年12月）

富山大学経済学部

介護保険の導入と労働供給に関する動学一般均衡分析

本　山　卓　実

概要

介護保険制度の導入の目的の一つは，家族や介護の専門家でない人による介護時間や介護離職を減らし, その結果社会全体の労働供給を増やすことである。しかし既存の実証結果によれば，短期的には介護保険の導入が労働供給に正の影響を与える一方で，長期的な，またはマクロ経済的な観点から介護保険の効果を見た時労働供給に影響がない，または却って負の影響を与えることが示されている。そこでこれらの実証結果を踏まえて，本論文では介護保険の導入が労働供給にどのような影響を与えるのかについて動学一般均衡モデルを用いて分析し，その結果どのような状況で介護保険の導入により労働供給は増えるのかに関する明示的な条件式を導出することができた。

Keywords: 介護保険制度 , 労働と余暇の選択 , 世代重複モデル .

JEL Classification Numbers: E13, H55, I13, J22

1　イントロダクション

介護保険制度（Long-term care insurance. 以降では LTCI）はドイツ・オランダ・日本・韓国などいくつかの国で採用されている社会保障制度の一つである。まだまだ世界中で普及しているとは言えない制度であるが，以下では日本の介護保険制度にのみ焦点を当て，その概要についての簡潔に述べる。先行的にドイツが LTCI を導入し，日本では 2000 年に介護保険法施行に伴い介護

保険制度が実施されることになった。厚生労働省（2016）[1]によれば,日本でのLTCI導入の背景として，要介護高齢者の増加や介護期間の長期化，また核家族の進行や介護家族の高齢化に合わせて，高齢者の介護を社会全体で支えあう仕組みづくりとして創設された。日本では，満40歳に達したときから強制的に加入となり（第2号被保険者），被保険者は満65歳に達する間まで自身の所得の一定割合を保険料として徴収される。また65歳以上である人（第1号被保険者）も各自治体が定める方法により保険料を納める必要がある。介護保険の財源の負担割合はこれらの保険料の徴収額50%と公費（租税）による残り50%からなる。そして40歳以上の被保険者は介護サービスが必要になった際，要支援1～2及び要介護1～5の水準に応じて「現物給付（benefit in kind)」の形でその財源を用いて,介護サービスの提供を受ける[2]。しかし現実的には介護認定を受ける被保険者はほとんどが第1号被保険者であり，例えば2019年度では介護認定者の96.5%は65歳以上となっている。介護保険を取り巻く現状として，LTCI導入当時と比較して介護認定者数とその保障にかかる費用が趨勢的に増加しており，厚生労働省の「介護保険事業状況報告」のデータによれば，2001年3月で約256万人であった介護認定者数は2020年3月には667万人に，また給付額は同年に約3.2兆円から約9.4兆円と，両者とも2倍以上の数値となっている。将来的な更なる高齢化の進行に伴い介護保険が担う役割がますます増大することは想像に難くない。

LTCIのマクロ経済に与える影響の一つに，家族や介護を専門としない人（informal caregiverと呼ばれる）による介護時間や介護離職を減らし，労働参加を促すという点が挙げられる。直観的にはLTCIの導入によってもともと介護時間に割いていた時間が自由な時間となるため労働供給が増えることが

1　厚生労働省HP「介護保険の概要」（URL:https://www.mhlw.go.jp/stf/seisakunitsuite/bunya/hukushi_kaigo/kaigo_koureisha/gaiyo/index.html. 2021年10月22日閲覧）

2　より厳密には，介護サービスの費用である介護報酬の内1割のみをサービス利用者が自己負担し，残り9割は介護保険によって賄われる。ただし利用者の所得がある水準以上である場合，自己負担の割合は最大3割まで増加する。

予想され，実際にLTCIの導入が女性の労働参加に与える影響についてマイクロデータを用いて分析した実証分析はいくつか存在する。例えば，Geyer and Korfhage (2015) はドイツのデータを用いて，家計の内生的な労働供給を考慮に入れたとしても，LTCIの導入は労働参加について小さいがプラスの影響があることを示した。Sugawara and Nakamura (2014) は日本のデータを用いて2000年のLTCI導入によって少なくとも2010年までは女性の労働参加にプラスの影響があったことを示し，Fu et al. (2017) も日本のデータを用いて2000年の導入時点ではプラスの影響があったが，2006年の介護保険法の大規模な改正後はマイナスの影響があったことを示した。マイクロデータを用いた分析ではいずれも短期的にはLTCIが女性の労働参加についてプラスの影響を与えていることを示唆している一方で，Ando et al. (2021) による最近の日本のマクロデータを用いた実証分析によれば，LTCIの導入は実際には女性の労働参加に有意な影響を与えなかったことが示された。これらの結果より，介護保険の効果を長期的な，またはマクロ経済的な観点から再考した場合必ずしもLTCIが労働供給に正の影響を及ぼさないことが分かる。ではこのような結果の乖離はなぜ生じるのだろうか？　この結果に関する仮説の一つとして一般均衡的な効果の有無が挙げられる。つまり，LTCIの導入により賃金率や利子率といったマクロ経済学上重要な要素価格が変化するが，その変更には時間を要するため短期的な分析，または個票データではそれらの変化をとらえきれない一方で，長期的には要素価格も需給を調整するように決定されるため，その結果LTCIの労働供給に対する効果が減殺されるかもしれない。

そこで，本論文では均衡要素価格がLTCIの導入によってどのような影響を受け，またその結果LTCI導入によって長期的に労働供給が増えるのか減るのかについて理論的な分析を行うため，LTCIを組み込んだ動学一般均衡モデルを構築しLTCIが労働供給に与える影響について分析を行った。具体的には，2期間の世代重複モデル（以下OLGモデル）の枠組みを用いて，LTCIがなければ若年期は一定の時間を介護に充てる必要がある一方でLTCIがあればそ

の時間がゼロになる[3]というモデルを構築し，更に家計による内生的な労働供給の決定を認めたモデルとなっている。本モデルを用いて以下の結果を得ることができた。まず定常状態が唯一存在し，またサドル安定である。つまり長期的な分析を行うために定常状態に絞って LTCI の効果を分析することができる。次に，LTCI が労働供給に与える影響について (1) 直接効果：LTCI の導入によって介護時間が減少し，その時間を労働時間に充てる効果，(2) 財政効果：介護保険制度の実施のため課税が必要であり，そのため家計の可処分所得が減少する効果，そして (3) 一般均衡効果：介護保険の導入により均衡賃金が下がり金利が増加する効果の 3 つに分解することができた。最後に，瞬時効用関数が対数効用関数であれば LTCI の導入により必ず労働供給が増加する一方で，CRRA 型効用関数であれば労働供給が増えるかどうかについてはパラメーターの値次第になることが示された。これは効用関数が対数効用であれば直接効果しか存在しない一方で，CRRA 型効用関数では上記 (1)-(3) 全ての効果を考慮に入れる必要があるからである。

介護と介護保険を明示的に組み込んだ経済成長モデルは Tabata (2005) を嚆矢としていくつか存在する。Hemmi et al. (2007) では老後に一定確率で不効用をもたらす介護が必要になるが，その時介護費用を払えばその不効用を打ち消すことができるという設定の下，豊かな家計は老後の介護費用ために貯蓄を残す（予備的貯蓄）一方で, 貧しい家計は介護保険を支払わないことを示した。結果的に所得が低く誰も介護費用を支出しない定常状態と所得が高く全員が介護費用を支払うような複数定常が生じることが示された。また Mizushima (2009) は親が健康的であれば子供が嬉しいという利他性の仮定の下内生的に介護時間を決めるモデルを構築し，寿命が延びれば定常状態の資本ストックが

3　LTCI の補償方法は介護サービスの現物給付であるということを若年世代の介護時間がゼロになるという設定で擬制している。なおドイツでは現金給付（benefit in cash）を選択することも可能であり，その場合老年世代の予算制約式の所得の項にその額が計上されるが，それは単に政府による若年世代から老年世代への所得移転政策と一緒である。

減る可能性があること，またLTCIの導入によって定常状態の資本ストックが減ることを示した。また安岡・中村（2012）も確率的に将来介護が必要になりその際には一定の費用が必要になるという設定のOLGモデルを組み，内生的な出生率を考慮に入れたうえで介護保険の持つリスクプール機能の厚生に与える影響について分析を行った。いずれにせよ，これらの分析はLTCIのリスクプール機能（予備的貯蓄を減らす効果）や高齢化が進行したときの経済分析に着目している一方，本研究の目的はLTCIの労働供給に与える影響について着目しており，また上記いずれの分析も内生的な労働供給を想定していない点で本研究は新規性があるといえる。

本論文の構成は以下のとおりである。まず2章ではモデルの構築と定常状態の導出を行う。3章ではディスカッションとして（1）LTCIの導入によって定常状態の労働供給にどのような影響があるのかについて分析を行ったうえで，（2）前節の分析の妥当性を保証するために定常状態の安定性分析を行った。4章では論文の結論と将来の展望について記述した。

2　モデルの設定

2.1　家計

若年期と老年期の2期間OLGモデルを考え，t期に生まれた世代をt世代と呼ぶ。t世代は若年期に1単位の時間を与えられ，介護保険(LTCI)がない場合$x \in (0, 1)$の時間を$t-1$期生まれの老年世代の介護に充てる必要があり，残った時間$1-x$を労働l_tか余暇$1-l_t-x$へ振り分ける[4]。LTCIがある場合，若年世代は賃金率をw_tとすればその財源として所得税$\tau_t w_t l_t$支払う必要がある一方で介護にかかる時間xが0となる[5]。本モデルでは瞬時効用関数として

4　ここで，老年世代になると必ず介護を受ける必要があると仮定する。ただし，Hemmi et al. (2007) のように介護が必要かどうかが一定確率で決まるという設定にしても議論に大きな影響は与えない。

5　xがゼロではなく$q \in [0, 1)$となるようなqに対してLTCI導入により介護負担がqxに減少するという仮定でも議論の本質に影響を与えない。本文のモデルは$q = 0$のケースである。

CRRA 型効用関数を採用する。この時，t世代の通時効用関数$U(c_t^y, c_{t+1}^o, l_t)$は以下のようになる：

$$U(c_t^y, c_{t+1}^o, l_t) = \frac{c_t^{y1-\theta} - 1}{1-\theta} + \gamma \frac{(1 - l_t - x)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \beta \frac{c_{t+1}^{o1-\theta} - 1}{1-\theta}.$$

ここでc_t^y (c_{t+1}^o)はt世代の若年期（老年期）の消費水準を，$\gamma > 0$は余暇に対する効用のウェイトを，そして$\beta \in (0,1]$は割引因子をそれぞれ表す。また，代替弾力性のパラメーターθの値は$\theta \in (0,1]$であると仮定する[6]。これは利子率の貯蓄に関する代替効果が所得効果と等しいかそれ以上であることを意味している。またt世代の若年期と老年期の予算制約式はそれぞれ$(1-\tau_t)w_t l_t = c_t^y + s_t$と$c_{t+1}^o = R_{t+1}s_t$で与えられる。ここで$s_t$は貯蓄水準を表し，$R_{t+1}$は粗利子率をそれぞれ表す[7]。$t$世代は若年期に 2 本の予算制約式を制約に，通時効用関数を最大にするように貯蓄s_tと労働供給l_tを決定する。貯蓄s_tに関する 1 階の条件式より，家計の最適な貯蓄量は

$$s_t = \eta(R_{t+1})(1-\tau_t)w_t l_t. \tag{1}$$

ここで$\eta(R_{t+1}) \equiv \left(1 + \beta^{-1/\theta} R_{t+1}^{1-1/\theta}\right)^{-1} \in (0,1)$は貯蓄率を表す。なお，定義より$\theta \in (0,1)$の範囲で貯蓄率は利子率の増加関数（つまり，$\eta'(R_{t+1}) > 0$）であることが分かる。労働供給$l_t$に関する 1 階の条件式と (1) 式より，家計の最適な労働供給量は

$$((1-\tau_t)w_t l_t - s_t)^{-\theta}(1-\tau_t)w_t = \gamma(1 - l_t - x)^{-\theta},$$

$$\Leftrightarrow l_t = \frac{\gamma^{-1/\theta}(1-x)}{(1-\eta(R_{t+1}))[(1-\tau_t)w_t]^{1-1/\theta} + \gamma^{-1/\theta}}. \tag{2}$$

(2) 式より，$\theta \in (0,1)$の範囲で可処分所得$(1-\tau_t)w_t$が増加すれば労働供給量も増加することが分かる。

6　なお，$\theta = 1$のケースでは CRRA 型効用関数は対数効用関数（つまり$u(x) = \ln x$）となる。
7　単純化のため利子所得に対する課税はないと仮定する。

2.2　企業

代表的企業は最終財Y_tを資本ストックK_tと労働H_tを投入してコブ・ダグラス型技術を用いて生産する。つまり，生産関数は

$$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{1-\alpha}.$$

t世代の人口はL_tであり人口成長率をnとすれば，労働投入量H_tは$L_t l_t$と等しい。資本ストックは1期間で完全減耗すると仮定すると，代表的企業の利潤最大化条件は，

$$R_t = \alpha k_t^{\alpha-1},\ \ w_t = (1-\alpha)k_t^{\alpha}. \tag{3}$$

ここで，$k_t \equiv K_t/H_t$は労働投入量当たりの資本ストック（以下資本労働比率と呼ぶ）である。

2.3　介護産業

完全競争的な介護産業を考える[8]。介護サービスの提供に当たり（つまり$x = 0$にするために）老年者一人当たりp_tの最終財単位の費用がかかるが，その単位費用は賃金所得$w_t l_t$と介護サービスの提供にかかる固定的な限界費用pの積であると仮定する。つまり$p_t = p w_t l_t$である[9 10]。更に，限界費用pは家計による介護時間xについての増加関数であると仮定する。これは家計にとって介護時間がとてもかかるような状況であれば，公的な介護サービスでも費用が多くかかる

8　ただし，家計はLTCIがないときに自ら介護を行わず介護産業サービスを選択することができないと仮定する。

9　欧州委員会によるThe 2015 Ageing Reportでは，長期的な介護費用の推定のために，base case scenarioとして労働人口当たりGDPを説明変数としている（p150）。本モデルで労働人口当たりGDPは

$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{Y_t}{H_t} \times \frac{H_t}{L_t} = k_t^{\alpha} l_t = \frac{w_t l_t}{1-\alpha}$$

であるので，介護保険が賃金所得に比例するという仮定は，ECのbase case scenarioに則っているといえる。

10　なお，この仮定により捨象される介護保険の効果として以下の2つがある。(1)l_tを所与として賃金の増加による税率が減少する効果。(2)w_tを所与として労働供給の増加が税率を減少させる効果。

ことを意味する。よって限界費用pは$p(x)$と表され，関数$p(x)$は$p'(x) > 0$を満たす。また$p(x)$の終端条件はそれぞれ$p(0) = 0$，$p(1) = \overline{p}$を満たすとしよう。この時，政府の各期の予算制約式より所得税率は以下のようになる。

$$\tau_t w_t l_t L_t = p(x) w_t l_t L_{t-1}, \Leftrightarrow \tau_t = \frac{p(x)}{1+n} \equiv \tau(x).$$

所得税率は時点に依存しなくなり，また所得税率がどのようなxについても 1 より小さくなるように$1 + n > \overline{p}$を仮定する。

最後に資産市場均衡条件より，

$$K_{t+1} = s_t L_t, \Leftrightarrow k_{t+1} = \frac{s_t}{(1+n)l_{t+1}} = \frac{\eta(R_{t+1})(1-\tau(x))w_t l_t}{(1+n)l_{t+1}}. \tag{4}$$

2.4　定常状態

まず初めに本モデルの定常状態について考察する。定常状態では (4) 式より，長期の資本労働比率k^*は

$$k^* = (1-\tau(x))\frac{\eta(R(k^*))w(k^*)}{1+n}, \Leftrightarrow k^{*1-\alpha} = (1-\tau(x))(1-\alpha)\frac{\eta(R(k^*))}{1+n}. \tag{5}$$

LTCI が無い（ある）ときの定常状態の資本労働比率の水準を$k^*_{N(L)}$と表すと，LTCI があるとき税率τは正となるため，k^*_Lはk^*_Nより小さくなる。また，これはxが増加すれば税率が増加するためk^*_Lが減少することを意味する。(2) 式より，定常状態での LTCI 無し（あり）の労働供給量$l^*_{N(L)}$はそれぞれ，

$$l^*_N = \frac{\gamma^{-1/\theta}(1-x)}{(1-\eta(R^*_N))w_N^{*1-1/\theta} + \gamma^{-1/\theta}},\quad l^*_L = \frac{\gamma^{-1/\theta}}{(1-\eta(R^*_L))[(1-\tau(x))w^*_L]^{1-1/\theta} + \gamma^{-1/\theta}}.$$

ここでR^*_iとw^*_i（$i = N, L$）はそれぞれ$R(k^*_i)$と$w(k^*_i)$を表す。

3　ディスカッション

3.1　LTCI の導入と定常状態の労働供給の関係

LTCI の導入によって労働供給がどのような影響を受けるかについて確認す

るためl_N^*とl_L^*との差を計算すると，その差は

$$(1-x)(1-\tau(x))^{1-1/\theta}(1-\eta(R_L^*))w_L^{*1-1/\theta}-(1-\eta(R_N^*))w_N^{*1-1/\theta}-x\gamma^{-1/\theta},$$

に正比例することが分かる。$\Gamma(k_i^*)\equiv(1-\eta(R_i^*))w_i^{*1-1/\theta}$（$i=N,L$）と定義すれば，$l_N^*$が$l_L^*$より大きくなる条件，つまり LTCI の導入によって労働供給が却って減少してしまう条件は以下の不等式で表される。

$$(1-x)(1-\tau(x))^{1-1/\theta}\Gamma(k_L^*)>\Gamma(k_N^*)+x\gamma^{-1/\theta}, \tag{6}$$

(6) 式より，次の 2 つの命題が導出される。

命題 1　$\theta=1$であれば，不等式 (6) は決して成立しない。

証明 . 補論 1 を参照 . ■

命題 2　介護サービス提供にかかる限界費用$p(x)$が$\lim_{x\to 0}p'(x)\to\infty$を満たすとき，それ以下 / 以上で不等式 (6) が満たされる / 満たされないような介護時間の閾値$\overline{x}\in(0,1)$が存在する。

証明 . 補論 2 を参照 . ■

命題 1 及び 2 の解釈のために，LTCI の導入が労働供給に与える影響を 3 つに分類しよう。

(1) 直接効果：LTCI の導入によって介護にかかる時間がなくなり，家計はより多くの時間を労働に充てることができる。

(2) 財政効果：LTCI を実行するため政府は家計から所得税を徴収するが，それにより家計の可処分所得が減少し労働供給による限界便益が減少するため，家計は労働時間を余暇時間に振り分けるようになる。

(3) 一般均衡効果：LTCI の財源確保のための増税を通して定常状態の資本労働比率が減少し，定常状態の賃金率$w(k^*)$の低下と粗利子率$R(k^*)$の増加を引き起こす。

(3) の一般均衡効果は賃金率が減少する効果と利子率が増加する効果の 2 つに分類することができる。前者は LTCI の導入により労働需要は変わらないまま直接効果により労働供給が増加するため労働市場均衡条件から生じる効果で，均衡賃金の低下は労働供給の低下につながる。後者の結果は家計の消費と余暇の選択から引き起こされる。つまり，LTCI の導入によって介護時間が減ることで労働供給の増加と同様に余暇の時間も増加するが，家計は消費と余暇のその価格で割った限界効用が等しくなるように消費と余暇を選択するので，余暇の増加によりその限界効用が減少し，それに合わせるように消費の限界効用を下げるために消費が増加する。すると家計の貯蓄量が減少し，資金供給量が減少したため資金市場均衡条件を通して利子率が増加する。ところで，利子率が増加したことで貯蓄率が増加するので，消費性向 $(1-\eta(R(k^*)))$ は減少することになる。すると，消費性向の減少は消費の限界効用を引き上げ，消費の限界効用の水準に合わせるため余暇を減少させる。そして減らした余暇を労働に充てるため労働供給が増加することになる。つまり一般均衡効果は LTCI の導入によって (i) 均衡賃金を引き下げ労働供給を減らしてしまう効果と (ii) 均衡利子率の引き上げにより労働供給を増加させる 2 つの相反する効果が合わさった効果となっている。

命題 1 は対数効用関数の下では LTCI の導入によって必ず労働供給が増加することを主張しているが，LTCI の労働供給に与える影響を上述の 3 つの効果に分解できれば，その解釈については直接的である。つまり，対数効用関数の下では賃金率の変化が労働供給に与える代替効果と所得効果が丁度相殺されてしまうため，賃金率の変化が労働供給に影響を与えない。同様に利子率の変化も労働供給に影響を与えない。よって，介護保険導入による効果は財政効果と一般均衡効果が存在せず直接効果のみとなり，$\theta=1$の下ではたとえ内生的な労働供給の決定を考慮しても LTCI の導入によって必ず労働供給は増加することが言える。

これは換言すれば，$\theta=1$でなければ財政効果や一般均衡効果を考慮する必

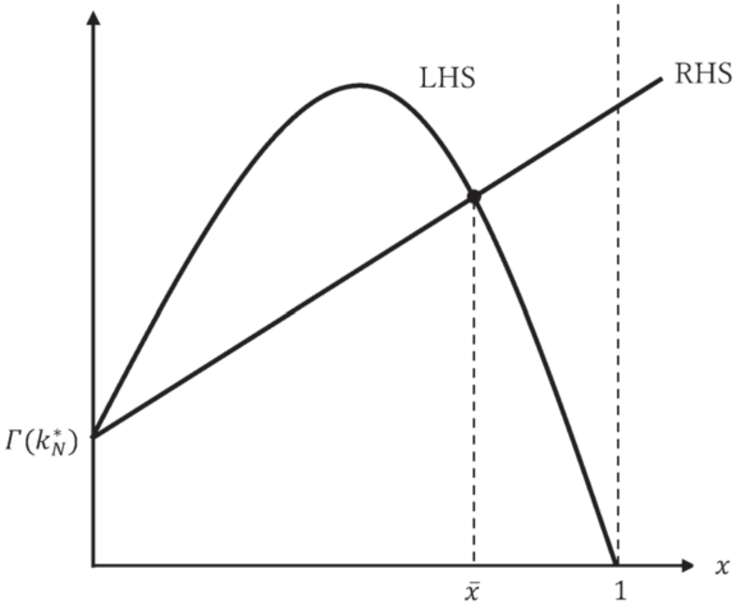

図 1 : $l_N^* = l_L^*$ を満たすような閾値 $\overline{x}$ の存在 .

図 1 において , LHS (RHS) は (6) 式の左辺（ 右辺）を表す。$x < (>) \overline{x}$ の範囲では，(6) 式の左辺は右辺より大きく（小さく），l_N^* は l_L^* より大きく（小さく）なる。

要があることを意味する。直接効果及び一般均衡効果による金利の増加は労働供給を増やす要因になる一方で，財政効果及び一般均衡効果による賃金率の減少は労働供給を減らす要因になるので，介護保険の労働供給に与える影響については不明瞭である。命題 2 によれば以下の 2 つのことが言える。(a) 家計による介護時間 x が十分大きく 1 に近い場合，$l_L^* > l_N^*$ の不等式が成立する。これは介護時間にほとんどの時間を充てている状態であれば LTCI 導入による直接効果が非常に大きく，労働供給に負の影響を与える他の効果を上回るため労働供給が増加するためである。(b) 家計による介護時間 x が十分小さくかつ公的介護サービスの提供にかかる限界費用 $p(x)$ が $\lim_{x \to 0} p'(x) \to \infty$ を満たすと

き，$l_N^* > l_L^*$が成立する[11]。仮に$x \to 0$であれば介護保険がなくても介護に時間は無視できるほど小さく，LTCI の導入による直接効果はなく財政効果と一般均衡効果の 2 つのみが生じる。$\lim_{x\to 0} p'(x) \to \infty$という仮定の下で, $x \to 0$の状態で LTCI を導入すれば非常に高い課税が必要となり，財政効果による労働供給減少が非常に大きくなる。一般均衡効果については，$(1-\alpha)\eta(R_N^*) \le \alpha$という不等式が成立する場合労働供給が減少する効果が支配的になる[12]。ここで，補論 2 で示されるように，xの値に拘わらず財政効果と一般均衡効果を統合した効果は必ず労働供給の減少をもたらす方向に作用する。よって, xが 0 近傍であれば LTCI 導入による労働供給の減少効果のみが存在し，LTCI の導入によって却って労働供給が減少することになる。したがって$x \to 0(1)$の時$l_N^* > (<) l_L^*$となり，また (6) 式右辺がxについて線形関数である一方，左辺は$x = 1$でゼロとなることから，図 1 に示されるように，それ以上 / 以下で労働供給が増加 / 減少する介護時間の閾値$\bar{x} < 1$が存在することが示される。

これらの結果は LTCI の短期的な効果（つまり，部分均衡的で直接効果のみを考慮したケース）と長期的な効果（(1)-(3) の全ての効果を考慮したケース）で考えたときで労働供給に与える影響が大きく異なることを意味している。またこの比較静学の結果により，Fu et al. (2017) の実証結果について理論的な説明を加えることができる。つまり，2000 年時点では日本は介護に非常に時間を割いていたため（xが大きかったため）LTCI の導入によって労働供給に正の影響を与えていたが，2006 年の制度改正時にはすでに十分介護時間が減

11　実のところ，$\lim_{x\to 0} p'(x) \to \infty$という条件は$\bar{x}$が存在するための十分条件である。閾値が存在するための必要十分条件は以下の条件で与えられる。

$$\lim_{x\to 0} p'(x) > \frac{1+n}{\rho}\left[\frac{\gamma^{-1/\theta}}{\Gamma(k_N^*)}+1\right]\left\{\frac{(1-\alpha)[1+\rho(1-\eta(k_N^*))]}{1-(1-\alpha)[1-(1-\eta(k_N^*))/\theta]}\right\}.$$

この条件の導出については補論 2 の最終段落を参照せよ。

12　この条件の導出については補論 2 を参照せよ。またこの条件より，(1) もし$\alpha \ge 1/2$であれば一般均衡効果を通して労働供給は必ず減少し，(2) 数値例として頻繁に使用される$\alpha = 1/3$の下で，条件$(1-\alpha)\eta(R_N^*) \le \alpha$は介護保険無しの貯蓄率$\eta(R_N^*)$が$1/2$以下の時成立することが分かる。

少していたため（xが小さかったため），介護保険制度の変更はむしろ労働供給に負の影響を与えたと説明できる。

3.2　移行過程と安定性

本節では定常状態の安定性について確認し，3.1 節で行った定常状態での分析の妥当性について検討する。(2) 式と (3) 式を (4) 式に代入することで，以下のk_tに関する 2 階の非線形差分方程式を導出できる。

$$k_{t+1} = \frac{(1-\tau)\eta(R(k_{t+1}))w(k_t)}{1+n}\frac{l_t}{l_{t+1}} = \frac{(1-\tau)\eta(R(k_{t+1}))w(k_t)}{1+n}\frac{(1-\eta(R(k_{t+2})))[(1-\tau)w(k_{t+1})]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}}{(1-\eta(R(k_{t+1})))[(1-\tau)w(k_t)]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}}. \tag{7}$$

移行過程と定常状態の安定性をチェックするため，$z_t \equiv k_{t+1}$となるような変数z_tを定義する。この時, この経済の動学システムは次の2本の式に集約される。

$$1-\eta(R(z_{t+1})) = \frac{(1+n)z_t}{(1-\tau)\eta(R(z_t))w(k_t)[(1-\tau)w(z_t)]^{1-1/\theta}} \times\left[(1-\eta(R(z_t)))[(1-\tau)w(k_t)]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}\right] - \frac{\gamma^{-1/\theta}}{[(1-\tau)w(z_t)]^{1-1/\theta}}, \tag{8}$$

$$k_{t+1} = z_t. \tag{9}$$

このシステムはk_tとz_tに関する連立差分方程式体系であり，(8) 式と (9) 式からそれぞれ$\Delta k = 0$線と$\Delta z = 0$線を以下のように導出できる。

$$z_t = k_t, \tag{10}$$

$$\frac{(1+n)z_t}{(1-\tau)\eta(R(z_t))w(k_t)}\left[(1-\eta(R(z_t)))[(1-\tau)w(k_t)]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}\right] = (1-\eta(R(z_t)))[(1-\tau)w(z_t)]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}. \tag{11}$$

動学システム (8) 式と (9) 式より，次の命題が成立する。

命題 3　初期の資本労働比率k_0が所与の下で，唯一の定常状態(k^*, z^*)が存在しサドル安定である。

証明 . 補論 3 を参照。■

命題 3 によれば本動学システムにおいて長期的に定常状態へと収束する唯一の最適な動学経路が存在するので，前節で行った定常状態の分析の妥当性が保

証される[13]。0期において, 家計はk_0を所与として鞍点経路に乗ることができるような1期目の資本労働比率k_1を選択し，2期目の資本労働比率k_2については(7)式によって決定される。その後はk_tと$k_{t+1} = z_t$の両方が定まったため，(7)式に従って経済は定常状態へ長期的に収束する。

4　結論

介護保険の目的の一つは家族による介護を減らし労働参加を促すことにある。しかしながら，介護保険の導入が労働供給に対して効果がなかったり，むしろ減らしてしまうといった実証結果が存在する。したがって，本研究では介護保険の導入が労働供給にどのような影響を与えるのかについて，労働供給の内生的な決定を組み入れた2期間世代重複モデルを用いて理論分析を行った。結果的に介護保険導入による直接的な効果は家族による介護時間を減らすことで労働供給の増加につながるが，増税による効果や労働供給増加による均衡要素価格の変化まで考慮に入れた場合，必ずしも労働供給が増加するとは限らないことが示された。これは増税や直接効果による労働供給の増加が均衡可処分所得を減少させ労働供給の限界便益が低下し，家計が労働時間を余暇に振り替えてしまうためである。さらに一定の仮定の下，もともと家族が介護に時間を大きく取られない状況であればあるほど介護保険の導入によって労働供給が却って減少してしまうことが示された。

最後に本研究の将来的な拡張方面について紹介する。まず，どのような状況下で介護保険導入によって厚生が改善されるかという問題は非常に興味深い規範的分析であるが，本研究では事実解明的な分析のみで留めており介護保険がある状態とない状態の厚生の比較は行っていない。次に，本研究では分析をな

13　Nourry (2001) は内生的な労働供給と一般的な生産関数と効用関数を想定したOLG モデルを用いて安定性の条件について網羅的にまとめている。命題3 は（LTCI の有無は抜きにして）Nourry(2001) の設定の内効用関数がCRRA 型で生産関数がコブ・ダグラス型の時のケースとなる。

るべく単純にするため以下の仮定を置いた。つまり，（1）資産に対する課税がない，（2）消費と余暇に関する効用関数の形状がほとんど同じ，（3）公的介護サービスの限界費用が名目賃金に比例する。これらの仮定を緩めることで仮定によって捨象されたより多くの結果を得られることが可能になるが，これらの分析については将来の課題とする。

補論

補論 1. 命題 1 の証明

$\theta = 1$の時，定義より$\Gamma(k^*)$は消費性向$1-\eta(k^*)$と等しくなる。また$\theta = 1$の下では貯蓄率は利子率に依存しなくなり定数となる。つまりある定数ηに対して, $\eta(R_N^*) = \eta(R_L^*) = \eta$. また$w_i^{*1-1/\theta}$は1となるため，$\Gamma(k_N^*) = \Gamma(k_L^*)$となる。よって, $\theta = 1$の下では，不等式 (6) は以下のように書き換えることができる。

$$(1-x)(1-\tau(x))^{1-1/\theta}\Gamma(k_L^*) > \Gamma(k_N^*) + x\gamma^{-1/\theta} \Leftrightarrow -\Gamma(k_N^*) > \gamma^{-1}.$$

$\Gamma(k_N^*)$もγも正の値であるため，この不等式は決して成立することはない . ■

補論 2. 命題 2 の証明

$\phi(x) \equiv (1-x)(1-\tau(x))^{1-1/\theta}\Gamma(k_L^*)$と，$\psi(x) \equiv \Gamma(k_N^*) + x\gamma^{-1/\theta}$とそれぞれ定義しよう。この時 (6) 式は$\phi(x) > \psi(x)$ に書き換えることができる。$\phi(x)$と$\psi(x)$の位置関係は(a)$x = 0$であれば$\phi(0) = \Gamma(k_L^*)|_{x=0} = \Gamma(k_N^*) = \psi(0)$となり，(b)$x = 1$であれば$\phi(1) = 0 < \psi(1) = \Gamma(k_N^*) + \gamma^{-1/\theta}$.となる。また$\psi(x)$は$x$に関して線形増加関数である。$\phi(x)$の導関数の符号については以下のように計算される。

$\phi(x)$の定義式の両辺に自然対数を取り，両辺をxについて微分すると,

$$\frac{\phi'(x)}{\phi(x)} = -\frac{1}{1-x} - \left(1 - \frac{1}{\theta}\right)\frac{\tau'(x)}{1-\tau(x)} + \frac{\Gamma'(k_L^*)}{\Gamma(k_L^*)}\frac{dk_L^*}{dx}. \tag{A1}$$

(A1) 式において，右辺 1 項目が LTCI 導入による直接効果，2 項目が財政効

果，3項目が一般均衡効果をそれぞれ表している[14]。同様に，$\Gamma(x)$の定義式の両辺に自然対数を取り，両辺をxについて微分すると，

$$\frac{\Gamma'(k_L^*)}{\Gamma(k_L^*)} = -\frac{\eta'(k_L^*)}{1-\eta(k_L^*)} + \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{w'(k_L^*)}{w(k_L^*)}.$$

この式の右辺1項目が一般均衡効果の内利子率が増加する効果を，2項目が賃金が減少する効果をそれぞれ表している。$\frac{w'(k_L^*)}{w(k_L^*)}$の項は利潤最大化条件より$\frac{\alpha}{k_L^*}$となり，$\eta'(k_L^*)$は次のようになる。

$$\begin{aligned}\eta'(k_L^*) &= \eta'(R_L^*)R'(k_L^*) = -\eta(k_L^*)^2 * \beta^{-1/\theta}\left(1-\frac{1}{\theta}\right)R(k_L^*)^{-1/\theta}R'(k_L^*)\\ &= -\eta(k_L^*)^2 * \beta^{-1/\theta}\left(1-\frac{1}{\theta}\right)R(k_L^*)^{1-1/\theta}\frac{R'(k_L^*)}{R(k_L^*)}\\ &= -\left(1-\frac{1}{\theta}\right)\eta(k_L^*)^2 * \frac{1-\eta(k_L^*)}{\eta(k_L^*)}\frac{\alpha-1}{k_L^*} = \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\eta(k_L^*)(1-\eta(k_L^*))\frac{1-\alpha}{k_L^*}(<0)\end{aligned}$$

すると $\frac{\Gamma'(k_L^*)}{\Gamma(k_L^*)}$ の値は

$$\frac{\Gamma'(k_L^*)}{\Gamma(k_L^*)} = \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{1}{k_L^*}\left[\alpha-(1-\alpha)\eta(k_L^*)\right]. \tag{A2}$$

(A1) 式において，$\frac{dk_L^*}{dx}$の項は (5) 式の両辺に自然対数を取り，両辺をxについて微分することで，

$$\frac{dk_L^*}{dx} = -\frac{\tau'(x)}{1-\tau(x)}\frac{k_L^*}{1-\alpha}\left[1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\eta(k_L^*))\right]^{-1}. \tag{A3}$$

(A2) 式と (A3) 式を (A1) 式に代入した後，式変形を行えば

$$\frac{\phi'(x)}{\phi(x)} = -\frac{1}{1-x} + \rho\frac{\tau'(x)}{1-\tau(x)}\frac{1-(1-\alpha)[1-(1-\eta(k_L^*))/\theta]}{(1-\alpha)[1+\rho(1-\eta(k_L^*))]}. \tag{A4}$$

ここで$\rho \equiv \frac{1}{\theta} - 1 > 0$である。(A4) 式の1項目（直接効果）はマイナスであり2項目（財政効果と一般均衡効果）はプラスであるため，$\phi'(x)$の符号はxの値に依存する。特にxがゼロに近ければ$\phi'(x)$の符号はプラスとなる。なぜなら，

14　ただし，不等式(6) はLTCIの導入によって労働供給が減る条件なので，それぞれの効果の労働供給に与える影響は正負が逆転している。

$p(0)=0$と$\lim_{x\to 0} p'(x)\to\infty$という仮定より

$$\lim_{x\to 0}\frac{\phi'(x)}{\phi(x)}=-1+\rho\underbrace{\tau'(0)}_{\to\infty}\frac{1-(1-\alpha)[1-(1-\eta(k_N^*))/\theta]}{(1-\alpha)[1+\rho(1-\eta(k_N^*))]}>0, \tag{A5}$$

上記の条件を全て用いれば,$\phi(x)$と$\psi(x)$の位置関係に関する図 1 を描くことができる。また，図 1 より$\phi(\overline{x})=\psi(\overline{x})$を満たすような$x$の閾値$\overline{x}$が唯一存在することが示された。■

最後に，図 1 より$\overline{x}$が存在するための必要十分条件は$\phi'(0)>\psi'(0)$である。(A5) 式より$\psi'(0)=\gamma^{-1/\theta}$であり，$\phi'(0)$は

$$\left[-1+\rho\tau'(0)\frac{1-(1-\alpha)[1-(1-\eta(k_N^*))/\theta]}{(1-\alpha)[1+\rho(1-\eta(k_N^*))]}\right]*\underbrace{\Gamma(k_N^*)}_{=\phi(0)},$$

なので，$\phi'(0)>\psi'(0)$の条件式は以下のようになる。

$$p'(0)>\frac{1+n}{\rho}\left[\frac{\gamma^{-1/\theta}}{\Gamma(k_N^*)}+1\right]\left\{\frac{(1-\alpha)[1+\rho(1-\eta(k_N^*))]}{1-(1-\alpha)[1-(1-\eta(k_N^*))/\theta]}\right\}.$$

補論 3. 命題 3 の証明

定常状態の唯一性と安定性を示すためにまず位相図を描き，その後動学システムを定常状態周りで線形近似し局所安定性について確認する。

$\Delta k_{t+1}\geq 0$領域は

$$k_{t+1}\geq k_t\leftrightarrow z_t\geq k_t.$$

$\Delta z_{t+1}\geq 0$領域は少し複雑である。まず$\Delta z_{t+1}\geq 0$という不等式は

$$z_{t+1}\geq z_t,\leftrightarrow R(z_{t+1})\leq R(z_t)\Leftrightarrow \eta(R(z_{t+1}))\leq\eta(R(z_t))\Leftrightarrow 1-\eta(R(z_{t+1}))>1-\eta(R(z_t)),$$

のように書き換えることができる。よって$\Delta z_{t+1}\geq 0$領域は

$$\frac{(1+n)z_t}{(1-\tau)\eta(R(z_t))w(k_t)[(1-\tau)w(z_t)]^{1-1/\theta}}\left[(1-\eta(R(z_t)))[(1-\tau)w(k_t)]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}\right]$$

$$-\frac{\gamma^{-1/\theta}}{[(1-\tau)w(z_t)]^{1-1/\theta}}\geq 1-\eta(R(z_t)).$$

$$\Leftrightarrow\frac{(1+n)z_t}{(1-\tau)\eta(R(z_t))w(k_t)}\left[(1-\eta(R(z_t)))[(1-\tau)w(k_t)]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}\right]-\gamma^{-1/\theta}\geq(1-\eta(R(z_t)))[(1-\tau)w(z_t)]^{1-1/\theta}.$$

よって$\Delta z_{t+1}=0$線は (11) 式のようになる。つまり,

$$\frac{(1+n)z_t}{(1-\tau)\eta(R(z_t))w(k_t)}\left[(1-\eta(R(z_t)))[(1-\tau)w(k_t)]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}\right]=(1-\eta(R(z_t)))[(1-\tau)w(z_t)]^{1-1/\theta}+\gamma^{-1/\theta}. \tag{11}$$

(11) 式の左辺を$\Phi(k_t,z_t)$と，右辺を$(1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma(z_t)+\gamma^{-1/\theta}$とそれぞれ定義しよう。この時，関数$\Phi(k_t,z_t)$, は次のように書き換えることができる。

$$\Phi(k_t,z_t)=(1+n)z_t\left[\beta^{-1/\theta}R(z_t)^{1-1/\theta}[(1-\tau)w(k_t)]^{-1/\theta}+\frac{\gamma^{-1/\theta}}{\eta(R(z_t))(1-\tau)w(k_t)}\right].$$

したがってz_tを所与として$\Phi(k_t,z_t)$はk_tに関する減少関数であり，$k_t\to 0(\infty)$に対して無限大(0)となる[15]。つまり，関数$\Phi(k_t,z_t)$は (1)$\frac{\partial\Phi(k_t,z_t)}{\partial k_t}<0$と (2)$\lim_{k_t\to 0(\infty)}\Phi(k_t,z_t)\to\infty(0)$を満たす。これは$z_t$を所与として，$\Delta z_t=0$を満たすような$z_t$と$k_t$が１対１対応していることを表しており，その関係を$k^z(z_t)$と定義する。すると$k_t$が$k^z(z_t)$以下であるとき,$\Phi(k_t,z_t)>(1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma(z_t)+\gamma^{-1/\theta}$となり$z_t$は時間を通して増加していくことになる。さらに$k_t$を所与として，$(1+n)z_t$, $R(z_t)^{1-1/\theta}$及び$\eta(R(z_t))^{-1}$はz_tに関する増加関数であるので，$\Phi(z_t,k_t)$もまたz_tに関して増加関数である。

$\Delta z=0$線の傾きでもある$k^z(z_t)$の導関数は

$$\frac{dz}{dk}=\frac{\Phi_k(k_t,z_t)}{(1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma'(z_t)-\Phi_z(k_t,z_t)}, \tag{A6}$$

となり, 定常状態ではプラスとなる。なぜなら後述の理由から$(1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma'(k^*)-\Phi_z(k^*,k^*)<0$であり，$\Phi_k(k^*,k^*)<0$であるからである。さらに定常状態近傍では$\Delta z_t=0$線の傾きは1より大きいことも示すことができる。これらの結果を示すため，$\Phi_k(k_t,z_t)$と$\Phi_z(k_t,z_t)$を計算する必要がある。それぞれの導関数は次のようになる。

$$\Phi_k(k_t,z_t)=-(1+n)\frac{\alpha z_t}{k_t}\left[\frac{1}{\theta}\frac{\Phi(k_t,z_t)}{(1+n)z_t}+\left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{\gamma^{-1/\theta}}{\eta(R(z_t))(1-\tau)w(k_t)}\right],$$

$$\Phi_z(k_t,z_t)=\left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\right)\frac{\Phi(k_t,z_t)}{z_t}+\left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{(1-\alpha)(1+n)}{(1-\tau)w(k_t)}\gamma^{-1/\theta}.$$

15　これは$k_t\to 0(\infty)$に対して賃金率w_tが0（∞)となるためである。

定常状態で導関数の値はそれぞれ

$$\Phi_k(k^*,k^*) = -\frac{\alpha}{k^*}\left[\frac{\Phi(k^*,k^*)}{\theta} + \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\gamma^{-1/\theta}\right],$$

$$\Phi_z(k^*,k^*) = \left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\right)\frac{\Phi(k^*,k^*)}{k^*} + \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{(1-\alpha)\eta(k^*)}{k^*}\gamma^{-1/\theta},$$

$$\Gamma'(k^*) = \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{\Gamma(k^*)}{k^*}\left[\alpha-(1-\alpha)\eta(k^*)\right].$$

ここで，$\Phi_k(k^*)$と$\Phi_z(k^*)$を求める際に$(1+n)k^* = (1-\tau)\eta(k^*)w(k^*)$の関係を用いている。また，$\Gamma'(k^*)$の値については (A2) 式で与えられている。すると，定常状態での (A6) の分子は

$$\Phi_k(k^*,k^*) = -\frac{\alpha}{k^*}\left[\frac{1}{\theta}\underbrace{\left(\Phi(k^*,k^*)-\gamma^{-1/\theta}\right)}_{=(1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma(k^*)>0}+\gamma^{-1/\theta}\right] < 0,$$

よりマイナスとなり，(A6) 式の分母についても，

$$\begin{aligned}
&(1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma'(k^*) - \Phi_z(k^*,k^*)\\
&= (1-\tau)^{1-1/\theta}\left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{\Gamma(k^*)}{k^*}\left[\alpha-(1-\alpha)\eta(k^*)\right] - \left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\right)\frac{\Phi(k^*,k^*)}{k^*} - \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{(1-\alpha)\eta(k^*)}{k^*}\gamma^{-1/\theta}\\
&= \frac{1}{k^*}\left[(1-\tau)^{1-1/\theta}\left(1-\frac{1}{\theta}\right)\alpha\Gamma(k^*) - \left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\right)\Phi(k^*,k^*)\right] - \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{(1-\alpha)\eta(k^*)}{k^*}\underbrace{\left[(1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma(k^*)+\gamma^{-1/\theta}\right]}_{=\Phi(k^*,k^*)}\\
&= \frac{1}{k^*}\left[(1-\tau)^{1-1/\theta}\left(1-\frac{1}{\theta}\right)\alpha\Gamma(k^*) - \left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha) + \left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\eta(k^*)\right)\Phi(k^*,k^*)\right]\\
&= \frac{1}{k^*}\left[(1-\tau)^{1-1/\theta}\underbrace{\left(1-\frac{1}{\theta}\right)}_{<0}\alpha\Gamma(k^*) - \underbrace{\left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)(1-\eta(k^*))\right)\Phi(k^*,k^*)}_{>0}\right] < 0,
\end{aligned}$$

なので，やはりマイナスとなる。よって定常状態付近で (A6) 式の値はプラスとなる。次に$\Delta z = 0$線の傾きが1より大きいことを示すために，(A6) 式の分子と分母の差の大小関係を確認する。その差は，

$$\Phi_k(k^*,k^*) - ((1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma'(k^*) - \Phi_z(k^*,k^*))$$
$$= -\frac{\alpha}{\theta}\frac{\Phi^*}{k^*} - \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{\alpha}{k^*}\gamma^{-1/\theta} - (1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma'(k^*) + \left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\right)\frac{\Phi^*}{k^*} + \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{(1-\alpha)\eta(k^*)}{k^*}\gamma^{-1/\theta}$$
$$= -\left(\frac{\alpha}{\theta} - \left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\right)\right)\frac{\Phi^*}{k^*} - \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{\gamma^{-1/\theta}}{k^*}[\alpha-(1-\alpha)\eta(k^*)] - (1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma'(k^*)$$
$$= -\left(\frac{\alpha}{\theta} - \left(1-\left(1-\frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\right)\right)\frac{\Phi^*}{k^*} - \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\frac{\alpha-(1-\alpha)\eta^*}{k^*}\underbrace{\left[\gamma^{-1/\theta} + (1-\tau)^{1-1/\theta}\Gamma^*\right]}_{=\Phi^*}$$
$$= (1-\alpha)\left(\eta^* + \frac{1}{\theta}(1-\eta^*)\right)\frac{\Phi^*}{k^*} > 0.$$

dz/dk分子と分母がともに負の値であることを踏まえて，上記の結果はdz/dkが1より小さいことを意味している。これは，z_tを横軸に，k_tを縦軸に取ったとき$\Delta z = 0$線の傾きであるdk/dzは1より大きいことを意味する。よって，k_tとz_tに関する位相図を描けば図 2 のようになり，定常状態は鞍点であることが分かる。0期においてk_0は先決変数であるが$z_0 = k_1$はジャンプ変数であるため，0期にk_0を所与として経済が定常状態へ向かう鞍点経路に乗れるようにz_0を決めることができる。つまり定常状態はサドル安定であるといえる。

しかしながら本モデルは離散時間モデルなので，位相図を用いた安定性分析は必ずしも適切ではない。したがって，動学システム (8) 式と (9) 式を定常状態付近で線形近似し固有値を計算することで，局所安定性について考察していく。

(8) 式より

$$1 - \eta(R(z_{t+1})) = \frac{1}{[(1-\tau)w(z_t)]^{1-1/\theta}}\left[\Phi(k_t,z_t) - \gamma^{-1/\theta}\right],$$

であり，この方程式を定常状態付近で線形近似を行えば

$$dz_{t+1} - \Psi(z^*) = \underbrace{\frac{\alpha}{X_1}\left[\frac{\Phi^*}{\theta} + \left(1-\frac{1}{\theta}\right)\gamma^{-1/\theta}\right]}_{\equiv X_2} dk_t$$
$$\underbrace{-\frac{1}{X_1}\left[\frac{\Phi^*}{\theta} + \left(1-\frac{1}{\theta}\right)[\alpha+(1-\alpha)\eta(z^*)]\gamma^{-1/\theta}\right]}_{\equiv X_3} dz_t.$$

ここで$\Psi(z^*) \equiv (1-\eta(z^*))/\eta'(z^*)$であり$X_1 \equiv [(1-\tau)w(z^*)]^{1-1/\theta}\eta'(z^*)z^*$

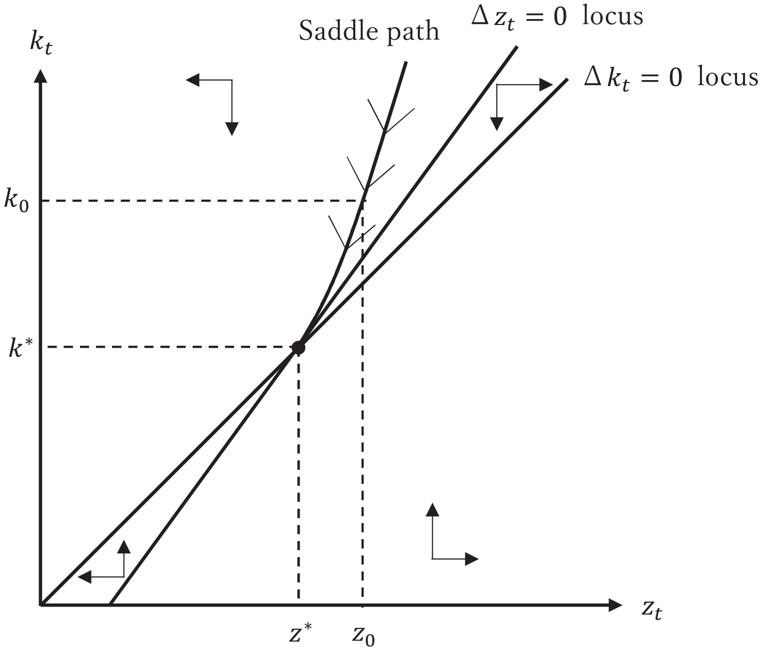

図 2 : k_tとz_tの位相図

(< 0)である。k_tの動学方程式である (9) 式は単に$k_{t+1} = z_t$であり，線形近似により

$$dk_{t+1} - k^* = dz_t.$$

よって，線形近似後の動学システムは以下の線形のシステムになる。

$$\begin{pmatrix} dk_{t+1} - k^* \\ dz_{t+1} - \Psi(z^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ X_2 & X_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dk_t \\ dz_t \end{pmatrix}.$$

固有方程式は，固有値をλと置けば

$$\lambda^2 - X_3\lambda - X_2 = 0,$$

$P(\lambda)$を$P(\lambda) \equiv \lambda^2 - X_3\lambda - X_2$と定義すれば$P(0) = -X_2 > 0$であり，以下の計算から$P(1) < 0$であることも示すことができる。

$$
\begin{aligned}
P(1) &= 1 - X_3 - X_2 \\
&= \frac{1}{X_1}\left[X_1 + \frac{\Phi^*}{\theta} + \left(1 - \frac{1}{\theta}\right)[\alpha + (1-\alpha)\eta(z^*)]\gamma^{-1/\theta} - \alpha\left(\frac{\Phi^*}{\theta} + \left(1 - \frac{1}{\theta}\right)\gamma^{-1/\theta}\right)\right] \\
&= \frac{1}{X_1}\left[X_1 + (1-\alpha)\frac{\Phi^*}{\theta} + \left(1 - \frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)\eta(z^*)\gamma^{-1/\theta}\right] \\
&= \frac{1}{X_1}\left[X_1 + (1-\alpha)\frac{\Phi^* - \gamma^{-1/\theta}}{\theta} + \left[\left(1 - \frac{1}{\theta}\right)\eta(z^*) + \frac{1}{\theta}\right](1-\alpha)\gamma^{-1/\theta}\right] \\
&= \frac{1}{X_1}\left[\left[\left(1 - \frac{1}{\theta}\right)(1 - \eta(z^*)) + \frac{1}{\theta}\right](\Phi^* - \gamma^{-1/\theta}) + \left[\left(1 - \frac{1}{\theta}\right)\eta(z^*) + \frac{1}{\theta}\right](1-\alpha)\gamma^{-1/\theta}\right] < 0,
\end{aligned}
$$

ここで5番目の不等式の導出の際に$X_1 = \left(1 - \frac{1}{\theta}\right)(1-\alpha)(1-\eta(z^*))(\Phi^* - \gamma^{-1/\theta})$を使用した。$P(0) > 0$かつ$P(1) < 0$なので，固有値の一つは1より小さく，もう一つは1より大きいことが分かる。よって定常点は鞍点であり，k_tが状態変数でありz_tは操作変数であるため，その定常状態はサドル安定となる。■

謝辞

本稿の執筆にあたり，小寺剛先生，両角良子先生，祝迫達郎先生，二神孝一先生より非常に有益なコメントや示唆をいただいた。ここに感謝申し上げる。言うまでもなく本稿に含まれるあらゆる誤りは著者の文責である。

参考文献

[1] 安岡匡也, 中村保(2012)『内生的出生率と介護保険制度－ リスクプール効果と制度維持可能性の考察－ 』, 経済研究, 63(1), 1–16.

[2] Ando, M., Furuichi, M., and Kaneko, Y., (2021) “Does universal long-term care insurance boost female labor force participation? Macro-level evidence”, IZA Journal of Labor Policy, 11(1).

[3] European Commission “The 2015 Ageing Report: Economic and budgetary projections for the 28 EU Member States (2013-2060)”. URL：https://ec.europa.eu/economy_finance/publications/european_economy/2015/ee3_en.htm. (visited at 27/9/2021) にてPDF を入手可能.

[4] Geyer, J., and Korfhage, T., (2015) “Long-term care insurance and care’s labor supply-A structural model”, Health Economics, 24, 1187-1191.

[5] Fu, R., Noguchi, H, Takahashi, H., and Tamiya, N., (2017) “Spillover effect of Japanese

long-term care insurance as an employment promotion policy for family caregivers", Journal of Health Economics, 56, 103-112.

[6] Hemmi, N., Tabata, K., and Futagami, K., (2007) "The long-term care problem, precautionary saving, and economic growth", Journal of Macroeconomics, 29, 60-74.

[7] Mizushima, A., (2009) "Intergenerational transfers of time and public long-term care with an aging population", Journal of Macroeconomics, 31, 572-581.

[8] Nourry, C., (2001) "Stability of equilibria in the overlapping generations model with endogenous labor supply", Journal of Economic Dynamics & Control, 25, 1647-1663.

[9] Sugawara, S., and Nakamura, J., (2014) "Can formal elderly care stimulate female labor supply? The Japanese experience", Journal of The Japanese and International Economics, 34, 98-115.

[10] Tabata, K., (2005) "Population aging, the costs of health care for the elderly and growth", Journal of Macroeconomics, 27, 472-493.

提出年月日：2021年11月2日